16 gennaio 2007

Esame di Istituzioni di Analisi Superiore. Primo modulo

1) Sia f sommabile. Si mostri che, per ogni ε, esiste δ tale che: $m(E) \leq \delta$ implica

$$\int_E |f| dt \leq \varepsilon.$$

2) Si mostri che la norma di uno spazio L^p soddisfa la disuguaglianza triangolare.

3) Si mostri che la successione

$$x_n(t) = \begin{cases} n^2 t & \text{se } 0 \leq t \leq \frac{1}{n} \\ -n^2(t - \frac{2}{n}) & \text{se } \frac{1}{n} \leq t \leq \frac{2}{n} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

non converge debolmente in $C(0,1)$.

4) Si determini l'immagine del cerchio unitario $D = \{z \in \mathbf{C} : |z| < 1\}$ mediante la trasformazione di Moebius $T(z) = i\frac{z-2}{z+1}$