2 febbraio 2005

Esame di Istituzioni di Analisi Superiore. Primo modulo

1) Si enunci il Lemma di Fatou e se ne ricavi la dimostrazione partendo dal teorema di convergenza monotona.

2) Il teorema di Banach Steinhaus: suo enunciato, cenni di dimostrazione e suo uso per dimostrare che una successione debolmente convergente e' limitata.

3) Partendo dalla disuguaglianza di Young

$$|f(x)g(x)| \leq \frac{1}{p}|f(x)|^p + \frac{1}{q}|f(x)|^q$$

si dimostri la disuguaglianza di Holder.

4) Determinare una mappa conforme del disco $D = \{z \in C : |z| < 1\}$ al piano complesso privato del semiasse reale negativo chiuso, $C \setminus \{z \in R, z \leq 0\}$. Mostrare che,(con la convenzione $1/0 = \infty$) tale mappa si estende al bordo con continuita'. E' conforme sul bordo? E' localmente conforme su tutto $\overline{D}$? Esiste una mappa conforme da D a $C \setminus \{0\}$?